



1 응력과 변형도

학습방향

응력이란 외력에 저항하려는 힘을 말하며, 응력을 많이 받을 수 있다는 것은 생각하기에 따라 그만큼 스트레스가 많다는 의미이므로 구조물에 불리할 수도 있다.

- ① 응력과 변형도 공식 ② 프아송비와 프아송수 ③ 탄성계수

1 응력(stress)

구조물에 외력(external force)이 작용하면 부재에는 이에 해당하는 부재력이 생긴다. 즉, 전단력, 휨모멘트, 축방향력이 작용하게 되고, 이때 부재 내에서는 부재의 형태를 유지하려는 힘이 존재하게 된다. 이를 내력(internal force) 또는 내응력이라 하며 단위면적에 대한 내력의 크기를 응력도 또는 응력(stress)이라 한다.

(1) 수직응력(인장 및 압축응력)

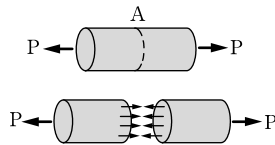
부재가 축방향력(P)을 받는 경우에 부재축과 나란한 방향으로 발생하게 되며 부재축에 수직인 면의 단면적을 A 라 할 때 수직응력도 f 는 다음과 같다.

$$f = \frac{P}{A}$$

단, f : 수직응력도(kgf/cm²)

P : 축방향력(kgf)

A : 단면적(cm²)



(2) 전단응력

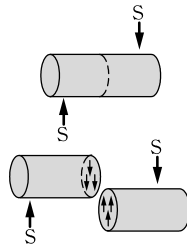
단면에 전단력(S)이 작용할 때 부재축에 직각인 방향으로 발생하게 되며, 단면내에 생기는 전단응력도 τ 는 다음과 같다.

$$\tau = \frac{S}{A}$$

단, τ : 전단응력도(kgf/cm²)

S : 전단력(kgf)

A : 단면적(cm²)



학습 POINT

■ 수직과 전단

1. 수직응력(Normal Stress)

: 단면에 수직방향의 응력

- ① 인장응력(Tensile Stress)
- ② 압축응력(Compressive Stress)

2. 전단응력(Shear Stress)

: 단면과 나란한 방향의 응력

2 변형도(strain)

구조물이 외력을 받는 경우 부재에는 변형을 가져오게 된다.
이때 변형된 정도 즉, 단위길이에 대한 변형량의 값을 변형도라 한다.
변형도는 무차원으로 단위가 없다.

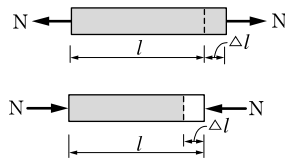
(1) 선변형도

① 세로변형도

부재에 축방향력이 작용하는 경우 부재는 길이방향으로 변형이 일어난다. 이때 본래의 길이(l)에 대한 변형된 길이(Δl)의 비율을 말하며, 길이방향 변형도 ϵ 은 다음과 같다.

$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

단, ϵ : 길이방향 변형도
 Δl : 변형된 길이
 l : 본래의 부재길이

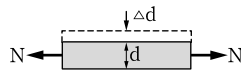


② 가로변형도

본래의 지름(d)에 대한 변형된 지름(Δd)의 비율을 말하며, 지름방향변형도 β 는 다음과 같다.

$$\beta = \frac{\Delta d}{d}$$

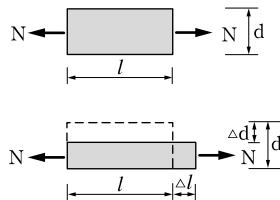
단, β : 지름방향 변형도
 Δd : 변형된 지름
 d : 본래의 지름



③ 프아송비

부재가 축방향력을 받아 길이의 변화를 가져오게 될 때 부재축과 직각을 이루는 단면에 대해서는 부재폭의 변화를 가져오게 된다. 이 경우 인장력이 작용할 때 부재의 폭은 줄게 되고 압축력이 작용할 때 부재는 굽어진다. 여기서 길이방향 변형도에 대한 지름방향 변형도의 비율을 프아송비(Poisson's ratio)라 하며 그 역수를 프아송수(Poisson's number)라 한다.

$$\begin{aligned} \bullet \text{ 프아송비 } \nu &= \frac{\beta}{\epsilon} = \frac{\frac{\Delta d}{d}}{\frac{\Delta l}{l}} = \frac{l \cdot \Delta d}{d \cdot \Delta l} \\ \bullet \text{ 프아송수 } m &= \frac{1}{\nu} = \frac{\epsilon}{\beta} = \frac{d \cdot \Delta l}{l \cdot \Delta d} \end{aligned}$$



■ ν (뉴)와 m

변형율 ϵ 와 β 를 비교해보면 대개 β 에 비하여 ϵ 이 크다.

따라서 프아송비는 $\nu < 1$ 이 되고 프아송수는 $m > 1$ 가 된다.

일반적으로 m 에 의해 재료의 특성을 파악한다.

- 강철 : $m = 3 \sim 4$
- 콘크리트 : $m = 6 \sim 12$



2 힘응력과 전단응력

학습방향

구분	힘응력(f_b)	전단응력(τ)
개념	힘모멘트에 의한 응력	전단력에 의한 응력
일반식	$f_b = \pm \frac{M}{I} y$	$\tau = \frac{GS}{Ib}$
최대응력	$f_{b\max} = \pm \frac{M_{\max}}{Z}$	$\tau_{\max} = \frac{3S}{2A}$ (사각형), $\frac{4S}{3A}$ (원형)

1 힘응력도

(1) 정의

보에 수직하중이 작용하여 부재내에 휨모멘트가 가해지면 부재는 휘게 되고 단면의 중립축(중립축)을 경계로 하여 그 윗쪽(길이가 줄어드는 압축부)에는 압축응력이, 아래쪽(길이가 늘어난 인장부)에는 인장응력이 발생하게 되는데, 이것들을 힘응력이라 한다. 따라서 힘응력이란 궁극적으로 수직응력도 즉, 압축 및 인장응력의 조합인 것이다.

(2) 힘응력도의 산정

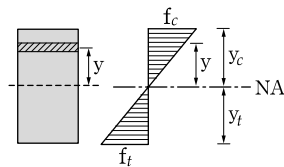
$$f_b = \pm \frac{M}{I} \cdot y$$

단, f_b : 힘응력도(kgf/cm²)

M : 휨모멘트(kgf · cm)

I : 단면2차 모멘트(cm⁴)

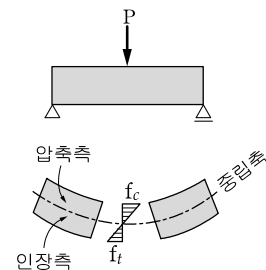
y : 중립축으로부터의 거리(cm)



중립축에서 y 만큼 떨어진 위치에서 발생하는 힘응력도는 그 지점에 가해지는 모멘트를 단면2차모멘트로 나누고 중립축으로부터의 거리(y)를 곱해서 얻는다. 여기서, 동일지점에서의 힘응력도는 중립축에서부터 거리(y)에 따라 비례하는 것을 알 수 있고, 최대응력은 압축 또는 인장축 끝부분에서 발생하게 된다.

학습 POINT

■ 힘재의 응력



(3) 단위 및 부호

휨응력도의 단위로 kgf/cm^2 , tf/m^2 등을 쓰며, 압축측은 (-), 인장측을 (+)로 약속한다.

(4) 최대 휨응력도

① 압축측 $f_c = -\frac{M}{I} y_c = -\frac{M}{Z_c}$

② 인장측 $f_t = \frac{M}{I} y_t = \frac{M}{Z_t}$

단, M : 그 지점에 가해지는 휨모멘트

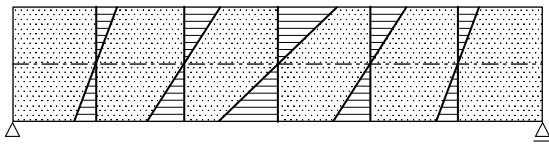
I : 중립축에 대한 단면 2차 모멘트

y : 중립축에서 응력을 구하고자 하는 점까지의 거리

Z : 단면계수

균질한 재료인 경우 $y_t = y_c = y$ 이므로

$$f_{\max} = \pm \frac{M}{Z} \quad (\text{최대휨응력})$$



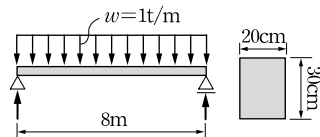
휨응력분포: 보의 중앙에서 최대, 상하면에서 최대, 중립축에서 0, 지점에서 0

핵심예제1

그림과 같은 단순보의 최대 휨응력은?

[96㉮]

- ㉠ 44.4kg/cm^2
- ㉡ 177.8kg/cm^2
- ㉢ 266.7kg/cm^2
- ㉣ 355.6kg/cm^2



해설 최대휨응력 $f_{\max} = \frac{M_{\max}}{Z}$

① $M_{\max}$ 계산

단순보에 등분포하중 만재시 최대 휨모멘트는 중앙에서 생기며 그 값은

$$M_{\max} = \frac{wl^2}{8} = \frac{1 \times 8^2}{8} = 8 \text{ t} \cdot \text{m} = 8 \times 10^5 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

② 단면계수

$$Z = \frac{bh^2}{6} = \frac{20 \times 30^2}{6} = 3,000 \text{ cm}^3$$

$$\text{따라서 } f_{\max} = \frac{M_{\max}}{Z} = \frac{8 \times 10^5}{3,000} = 266.7 \text{ kg/cm}^2$$

답 : ㉠

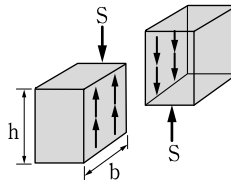
2 전단응력도

(1) 정의

전단력을 받는 보 부재는 인접한 요소들 사이에서 전단변형 즉, 일그러짐이 일어나게 되고 각 요소들의 경계면에는 이러한 변형에 대응하는 전단응력이 발생한다. 이는 항상 부재축과 나란한 방향과 직각방향으로 직교하여 발생하고 그 크기는 같다.

(2) 전단응력의 산정

$$\tau = \frac{G \cdot S}{I \cdot b}$$



단, τ : 전단응력도(kg/cm²)

S : 전단력(kg)

I : 중립축에 대한 단면2차 모멘트(cm⁴)

b : 전단응력을 구하고자 하는 위치의 단면폭(cm)

G : 전단응력을 구하고자 하는 외측단면에 대하여 중립축에서의 단면1차 모멘트(cm³)

(3) 최대 전단응력과 평균 전단응력

실제 부재의 설계에서 단면내에 발생하는 전단응력의 크기는 일정한 것으로 보고 있다. (평균 전단응력도)

따라서, 최대 전단응력은 평균 전단응력에 일정한 계수를 곱하여 얻을 수 있다.

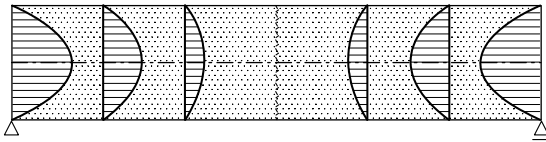
$$\tau_{\max} = K \cdot \frac{S}{A}$$

여기서 K 는 단면의 형상에 따라 결정되는 계수로 기본도형에 대하여 다음과 같다.

단면의 형상과 전단응력 분포			
최대 전단응력도 ($\tau_{\max}$)	$\frac{3}{2} \frac{S}{A}$	$\frac{4}{3} \frac{S}{A}$	$\frac{3}{2} \frac{S}{A}$ ($\tau_G = \frac{4}{3} \frac{S}{A}$)

(4) 단위 및 특성

- 전단응력의 단위는 $\text{kgf/cm}^2, \text{tf/m}^2$ 등의 단위를 사용한다.
- 보의 전단응력도의 크기는 일반적으로 중앙부에서 최대 상하단측에서 0이되며 중간은 곡선변화한다.



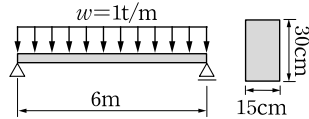
전단응력 : 양지점에서 최대, 중립축에서 최대, 상하면에서 0, 중앙에서 0

핵심예제2

그림과 같은 조건일 때 최대 전단응력도는 얼마인가?

[00 96 ㉠]

- ㉠ 7.32 kgf/cm^2
 ㉡ 6.67 kgf/cm^2
 ㉢ 8.26 kgf/cm^2
 ㉣ 10.0 kgf/cm^2



해설 최대 전단응력 $\tau_{\max} = \frac{3}{2} \times \frac{S_{\max}}{A}$

① $S_{\max}$ 계산

단순보에 등분포하중 만재시 최대전단력은 지점에서 생기며 지점반력과 같다.

$$S_{\max} = V_A = \frac{wl}{2} = \frac{1 \times 6}{2} = 3 \text{ tf} = 3000 \text{ kgf}$$

② A 계산

$$A = 15 \text{ cm} \times 30 \text{ cm} = 450 \text{ cm}^2$$

$$\therefore \tau_{\max} = \frac{3}{2} \times \frac{S_{\max}}{A} = \frac{3}{2} \times \frac{3000}{450} = 10 \text{ kgf/cm}^2$$

답 : ㉣

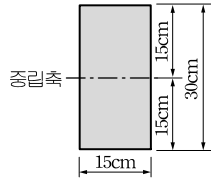
핵심문제

1 다음 중 보의 휨응력도(Bending Stress)를 나타낸 것은? [98 ㉠]

- ㉠ $\frac{wl^2}{S}$ ㉡ $\frac{M}{Z}$
 ㉢ $1/\rho$ ㉣ $\frac{M}{I}r^2$

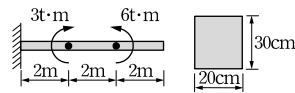
2 그림과 같은 보 단면에 휨모멘트가 4.5t·m가 작용할 때 단면에 생기는 최대 휨응력으로 옳은 것은? [01 93 ㉠]

- ㉠ 300 kgf/cm²
 ㉡ 200 kgf/cm²
 ㉢ 150 kgf/cm²
 ㉣ 100 kgf/cm²



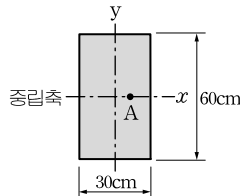
3 그림과 같은 정정보에 생기는 최대 응력도는? [98 ㉠]

- ㉠ 100 kgf/cm²
 ㉡ 120 kgf/cm²
 ㉢ 140 kgf/cm²
 ㉣ 160 kgf/cm²



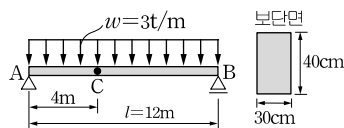
4 그림과 같은 보의 단면에 $M_x = 6 \text{ tonf} \cdot \text{m}$ 의 휨모멘트가 작용할 때 A점의 휨응력도 f_A 값으로 옳은 것은? [99 95 ㉢]

- ㉠ 0
 ㉡ 60 kgf/cm²
 ㉢ 100 kgf/cm²
 ㉣ 150 kgf/cm²



5 그림과 같은 단순보에서 C점에 대한 휨응력은? [98 95 ㉢]

- ㉠ 500 kg/cm²
 ㉡ 600 kg/cm²
 ㉢ 700 kg/cm²
 ㉣ 800 kg/cm²



해설

해설 1

휨응력도

$$f_b = \pm \frac{M}{I} y = \pm \frac{M}{Z}$$

해설 2

$$Z = \frac{bh^2}{6} = \frac{15 \times 30^2}{6} = 2,250 \text{ cm}^3$$

최대 휨응력도

$$f_{\max} = \frac{M}{Z} = \frac{4.5 \times 10^5}{2,250} = 200 \text{ kgf/cm}^2$$

해설 3

최대 휨모멘트는 고정단에서 생기므로

$$M_{\max} = 6 \text{ tm} - 3 \text{ tm} = 3 \text{ tm}$$

$$Z = \frac{bh^2}{6} = \frac{20 \times 30^2}{6} = 3,000 \text{ cm}^3$$

$$\therefore f_{\max} = \frac{3 \times 10^5}{3000} = 100 \text{ kgf/cm}^2$$

해설 4

A점은 중립축상의 한점이다.

$$f = \pm \frac{M}{I} y \text{ 에서}$$

y 는 중립축으로부터의 거리이므로 $y=0$ 이 된다.
 따라서 중립축은 압축이나 인장을 받지 않는 휨응력이 0인 축이다.

해설 5

$$V_A = \frac{wl}{2} = \frac{3 \times 12}{2} = 18 \text{ t}$$

$$M_c = 18 \text{ t} \times 4 \text{ m} - 3 \text{ t/m} \times 4 \text{ m} \times 2 \text{ m} = 48 \text{ t} \cdot \text{m} = 48 \times 10^5 \text{ kgcm}$$

$$Z = \frac{bh^2}{6} = \frac{30 \times 40^2}{6} = 8,000 \text{ cm}^3$$

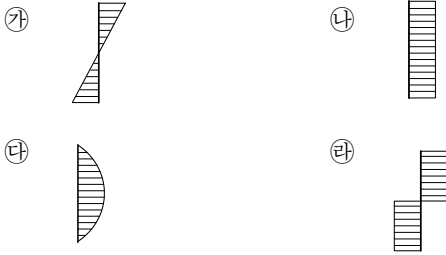
$$\therefore f_c = \frac{M_c}{Z} = \frac{48 \times 10^5}{8,000} = 600 \text{ kg/cm}^2$$

정답

1. ㉡ 2. ㉡ 3. ㉢ 4. ㉢ 5. ㉢

6 구형(矩形) 단면부재에 전단력이 주어졌을 때 단면내부응력 분포상태는?

[98 ㉠]



7 직사각형 단면의 보에 생기는 최대 전단응력($\tau_{\max}$)은 평균전단응력의 몇 배인가?

[02 ㉠]

- 가 0.5 나 0.75
 다 1.5 라 2.0

8 장방형 단면($b=25\text{cm}$, $h=35\text{cm}$)에 전단력 3t 이 작용할 때 최대 전단응력은?

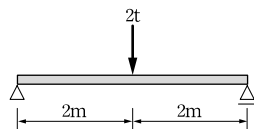
[02 00 ㉠]

- 가 4.1 kgf/cm^2
 나 5.1 kgf/cm^2
 다 6.1 kgf/cm^2
 라 7.1 kgf/cm^2

9 그림과 같은 목재 단순보에서 생기는 최대 전단응력도 kg/cm^2 의 값은? (단, 보의 단면은 $20 \times 30\text{cm}$ 이다.)

[01 ㉠]

- 가 1.7
 나 2.5
 다 3.3
 라 5.0



10 원형단면(반경 18cm)에 전단력 $S=3.0\text{t}$ 이 작용할 때 단면의 최대 전단응력도는?

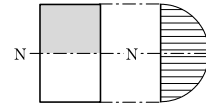
[02 ㉠]

- 가 1.93 kg/cm^2
 나 2.93 kg/cm^2
 다 3.93 kg/cm^2
 라 4.93 kg/cm^2

해설

해설 6

전단응력 분포



해설 7

최대전단응력도

$$\text{직사각형} = \frac{3}{2} \times \frac{S}{A}$$

$$\text{원형} = \frac{4}{3} \times \frac{S}{A}$$

해설 8

직사각형 단면의 $\tau_{\max}$

$$\tau_{\max} = \frac{3S}{2A} = \frac{3 \times 3,000}{2 \times 25 \times 35} = 5.1\text{ kgf/cm}^2$$

해설 9

$$\tau_{\max} = \frac{3S}{2A} \text{ 에서}$$

최대전단력은 지점반력과 같다.

$$V_A = 1\text{t}(\uparrow)$$

$$\therefore \tau_{\max} = \frac{3 \times 1,000}{2 \times 20 \times 30} = 2.5\text{ kgf/cm}^2$$

해설 10

원형단면의 $\tau_{\max}$

$$\tau_{\max} = \frac{4S}{3A} = \frac{4 \times 3,000}{3 \times \pi \times 18^2} = 3.93\text{ kgf/cm}^2$$

정답

6. ㉠ 7. ㉠ 8. ㉠ 9. ㉠ 10. ㉠